วิธีการแก้ปัญหาการขนส่งฟัซซี่ที่ไม่สมดุล

A Method for Solving Unbalanced Fuzzy Transportation Problems

ดรุณี หันวิสัย
Darunee Hunwisai
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ ในพระบรมราชูปถัมภ์
darunee.hun@vru.ac.th

บทคัดย่อ

การวิจัยในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ เพื่อศึกษาวิธีการแก้ปัญหาการขนส่งฟัซซี่ที่ไม่สมดุล โดยใช้วิธีการจัดสรรตาราง และวิธีการกระจายแบบดัดแปลง จากวัตถุประสงค์ดังกล่าวผู้วิจัยได้ใช้ข้อมูลค่าใช้จ่ายในการขนส่ง อุปสงค์และอุปทาน แสดงแทนด้วยตัวเลขฟัซซี่สี่เหลี่ยมคางหมู สำหรับขั้นตอนของการวิเคราะห์ข้อมูลผู้วิจัยได้ใช้เทคนิคการจัดอันดับที่แข็งแกร่ง (Robust Ranking Technique) สำหรับหาค่าที่เป็นตัวแทนของตัวเลขฟัซซี่สี่เหลี่ยมคางหมู ซึ่งเมื่อได้ค่าดังกล่าวแล้วจะนำไปหาผลลัพธ์เบื้องต้นที่เป็นไปได้ของปัญหาการขนส่ง โดยใช้วิธีตารางการจัดสรร (Allocation Table Method) และในตอนท้ายเพื่อให้ได้ ผลลัพธ์ที่ดีที่สุด ผู้วิจัยได้ใช้วิธีการกระจายแบบดัดแปลง (Modified Distribution Method) เพื่อตรวจสอบและทำการปรับปรุงค่าใช้จ่ายในการขนส่งให้น้อยที่สุด ผลจากการศึกษาพบว่า เครื่องมือหรือวิธีการดังที่ได้กล่าวมาแล้วสามารถแก้ปัญหาการขนส่งที่เป็นแบบฟัซซี่สี่เหลี่ยมคางหมูได้
คำสำคัญ: ปัญหาขนส่งฟัซซี่ที่ไม่สมดุล, เทคนิคการจัดอันดับที่แข็งแกร่ง และการเพิ่มประสิทธิภาพ

Abstract

This research aimed to study of the solution for unbalanced fuzzy transport problem by used allocation table method (ATM) and the distribution method (MODI). For this purpose, the researcher has used the transportation cost, supply and demand are defined by a trapezoidal fuzzy number. The analysis process as follows. First, the researcher used a Robust's ranking technique for the representative value of the trapezoidal fuzzy numbers. Then, the researcher is using allocation table method (ATM) to find a basic feasible solution (BFS) for the fuzzy transportation problems. Finally, the researcher used the distribution method (MODI) to verify and reduce transportation costs to a minimum. The results of this research found that the methods described above can be used to solve the problem of trapezoidal fuzzy transportation.
Keywords : Unbalanced Fuzzy Transportation Problem, Robust Ranking Technique and Optimization

1. บทนำ

การแก้ไขปัญหาการขนส่งมีวัตถุประสงค์เพื่อหาต้นทุนค่าใช้จ่ายในการขนส่งที่น้อยที่สุด ภายใต้ข้อจำกัดของความสามารถในการผลิตและความต้องการสินค้านั้น ซึ่งในปัจจุบันนี้จะพบว่าต้นทุนที่เกิดขึ้นไม่คงที่ มีความผันผวนเนื่องมาจากความผันผวนของราคาแก๊ส น้ำมัน พื้นที่และระยะทางของการขนส่งสินค้า เป็นต้น ยิ่งไปกว่านั้นสถานการณ์การระบาดของโรคต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นในปัจจุบันยังส่งผลต่อปริมาณการสั่งซื้อสินค้า ความต้องการสินค้าที่ไม่แน่นอนส่งผลต่อต้นทุนในการขนส่งสินค้าอีกทางหนึ่ง

การแก้ไขปัญหาค่าใช้จ่ายในการขนส่งแบบเดิม จำเป็นที่จะต้องทราบต้นทุนในการขนส่ง ซึ่งขึ้นอยู่กับความสามารถในการผลิตสินค้าและความต้องการสินค้าของลูกค้าที่มีความแน่นอนจากนั้นใช้ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ในการคำนวณ หาค่าใช้จ่ายที่ต่ำสุด ดังสมการที่ (1)

$$\text{Minimize} \quad Z = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij}$$

$$\text{Subject to} \quad \sum_{j=1}^{n} x_{ij} \le a_i \;, \; i = 1,2,3,\ldots,m \qquad (1)$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \ge b_j \;, \; j = 1,2,3,\ldots,n$$

$$x_{ij} \ge 0 \;, \; \forall i,j$$

เมื่อกำหนดให้ Z เป็นค่าใช้จ่ายที่ต่ำสุด โดยที่ c_{ij} แทนค่าขนส่งต่อหน่วยในการขนส่งสินค้าจากแหล่งต้นทางที่ i ไปยังจุดหมายปลายทางที่ j, x_{ij} แทนปริมาณของสินค้าที่ขนส่งจากแหล่งต้นทางที่ i ไปยังจุดหมายปลายทางที่ j, a_i แทนปริมาณของสินค้าของแหล่งต้นทางที่ i, b_j แทนปริมาณความต้องการสินค้าของจุดหมายปลายทางที่ j

จากสถานการณ์ที่เปลี่ยนแปลงไปทำให้ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ในสมการที่ (1) มีข้อจำกัดของค่าขนส่งต่อหน่วยต้องเป็นค่าใช้จ่ายที่แน่นอน รวมถึงปริมาณการผลิตสินค้าและความต้องการสินค้าของลูกค้าจะต้องมีความแน่นอน ซึ่งไม่สามารถใช้ตัวแบบทางคณิตศาสตร์นี้ในการแก้ไขปัญหาได้ ในสถานการณ์เช่นนี้สามารถแก้ปัญหาได้โดยใช้แนวคิดของการตัดสินใจในสภาพแวดล้อมที่คลุมเครือนี้ถูกเสนอโดย Bellman and Zadeh [8] และการแก้ปัญหาการขนส่งโดยใช้การโปรแกรมเชิงเส้น ซึ่งได้รับการพัฒนาเป็นครั้งแรกโดย HitchcockFL [4] แนวคิดดังกล่าวได้รับการพัฒนาและวิจัยมาอย่างต่อเนื่อง Samuel [1, 2] ได้ศึกษาวิธีการปัญหาการขนส่งฟัซซีที่ไม่สมดุล โดยที่ต้นทุนการขนส่งอุปสงค์และอุปทานเป็นตัวเลขฟัซซีรูปสามเหลี่ยม Ghadle and Pathade [5] ได้ทำการเปรียบเทียบปัญหาการขนส่งฟัซซีที่สมดุลและไม่สมดุล โดยใช้ตัวเลขฟัซซีหกเหลี่ยมและเทคนิคการจัดอันดับที่แข็งแกร่ง Hunwisiai and Kumum [3] ได้ใช้วิธี ATM และเทคนิคการจัดอันดับที่แข็งแกร่งเพื่อแก้ปัญหาการขนส่งที่มีค่าใช้จ่ายในการขนส่งเป็นตัวเลขฟัซซี่ นอกจากนี้การแสดงวิธีการหาผลลัพธ์ของการแก้ปัญหาการขนส่ง Ahmed, Khan, Uddin and Ahmed [7] ได้แนะนำวิธีการจัดสรรตารางสำหรับการค้นหาผลลัพธ์เบื้องต้น ซึ่งเป็นอีกวิธีหนึ่งที่ให้ผลลัพธ์ ที่เทียบเท่าหรือดีกว่าวิธีการหาผลลัพธ์เบื้องต้นที่มีมาก่อนหน้านี้

จากความไม่แน่นอนของสถานการณ์ที่เกิดขึ้นในปัจจุบันทำให้ผู้มีอำนาจตัดสินใจ ตัดสินใจภายใต้ความไม่แน่นอนของค่าขนส่งค่าขนส่งสินค้า อุปสงค์และอุปทาน ซึ่งอาจส่งผลกระทบต่อค่าใช้จ่ายในการขนส่งที่มีต้นทุนที่สูงขึ้นได้ ดังนั้นในบทความนี้จึงขอเสนอวิธีการแก้ปัญหาการขนส่งแบบฟัซซีที่ไม่สมดุล (Unbalanced Fuzzy Transportation Problem) โดยใช้เทคนิคการจัดอันดับที่แข็งแกร่ง (Robust Ranking Technique) สำหรับหาค่าตัวแทนของตัวเลขฟัซซี่ นอกจากนี้เราจะใช้วิธีการจัดสรรตาราง (Allocation Table Method) เพื่อค้นหาผลลัพธ์เบื้องต้นและปรับปรุงผลลัพธ์เบื้องต้นด้วยวิธีการแก้ไขแบบกระจายแบบดัดแปลง (Modified Distribution Method) เพื่อเป็นเครื่องมือที่ช่วยในการแก้ปัญหาการขนส่งภายใต้ความไม่แน่นอนของค่าขนส่งอุปสงค์และอุปทานที่อาจเกิดขึ้นได้

2. วัตถุประสงค์การวิจัย

วัตถุประสงค์ของการวิจัยครั้งนี้ เพื่อศึกษาวิธีการแก้ปัญหาการขนส่งฟัซซีที่ไม่สมดุลโดยใช้วิธีตารางการจัดสรรและวิธีการกระจายแบบดัดแปลง

3. วิธีดำเนินการวิจัย

วิธีดำเนินการวิจัย มีขั้นตอนดังนี้ 1) ศึกษางานวิจัยและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาขนส่งแบบฟัซซี่ 2) ศึกษาวิธีการหาผลลัพธ์เบื้องต้น โดยวิธีการจัดสรรตาราง (Allocation table Method) และศึกษาวิธีการตรวจสอบและปรับปรุงผลลัพธ์เบื้องต้น โดยวิธีการกระจายแบบดัดแปลง (Modified Distribution Method) เพื่อให้ได้ค่าใช้จ่ายในการขนส่งที่น้อยที่สุด 3) พัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับนำไปใช้ในการแก้ปัญหาขนส่งที่สมดุลและไม่สมดุลแบบฟัซซี่ 4) ทดสอบความสามารถ

ในการหาคำตอบโดยวิธีการจัดสรรตาราง รวมถึงตรวจสอบและปรับปรุงค่าใช้จ่ายในการขนส่งให้น้อยที่สุด 5) แสดงผลการหาผลลัพธ์เบื้องต้นและผลการปรับปรุงผลลัพธ์เบื้องต้น และ 6) สรุปผลการดำเนินงาน

3.1 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

Zadeh [6] ได้คิดค้นฟัซซีเซต (Fuzzy set) ขึ้นในปี ค.ศ. 1965 ฟัซซีเซตเป็นเซตที่มีขอบเขตแบบคลุมเครือ ความไม่แน่นอน โดยที่ฟัซซีเซตยอมให้มีการกำหนดค่าระดับความเป็นสมาชิกในเซต (Degree of Membership) อยู่ระหว่าง 0 และ 1 ซึ่งแตกต่างจากเซตแบบฉบับ (Classical Set) ที่มีการกำหนดค่าความเป็นสมาชิกเพียง 2 ค่า เท่านั้น คือ 0 หมายถึง ไม่เป็นสมาชิกในเซต และ 1 หมายถึง เป็นสมาชิกในเซต และการกำหนดค่าระดับความเป็นสมาชิกนั้นต้องอาศัยฟังก์ชันความเป็นสมาชิกสำหรับฟัซซีเซตฟังก์ชัน $\mu_{\tilde{A}}$ เรียกว่าฟังก์ชันความเป็นสมาชิก (Membership Function) ของฟัซซีเซต $\tilde{A}$ นิยามดังต่อไปนี้

นิยาม 1 กำหนดให้ X เป็นเซตของเอกภพสัมพัทธ์ซึ่งไม่เป็นเซตว่าง ฟัซซีเซต $\tilde{A}$ ใน X เขียนแทนด้วย

$$\tilde{A} = \{x, \mu_{\tilde{A}}(x) \mid x \in X\}$$

โดยที่ $\mu_{\tilde{A}} : X \to [0,1]$ เรียก $\mu_{\tilde{A}}(X)$ ว่าระดับความเป็นสมาชิกของXในฟัซซีเซต $\tilde{A}$ ดังนั้นค่า [0,1] คือ ค่าระดับความเป็นสมาชิกของ X ในฟัซซีเซต $\tilde{A}$

นิยาม 2 กำหนดให้ฟัซซีเซต $\tilde{A}$ เป็นฟัซซีเซตบนจำนวนจริง จะเรียก $\tilde{A}$ ว่าเป็นตัวเลขฟัซซี ถ้ามีฟังก์ชันความเป็นสมาชิกเป็นดังนี้ คือ

1) $\mu_{\tilde{A}} : R \to [0,1]$ มีความต่อเนื่อง

2) $\mu_{\tilde{A}}(x) = 0, \ \forall x \in (-\infty, l'] \cup [r', \infty)$

3) $\mu_{\tilde{A}}(x)$ เพิ่มขึ้นอย่างสม่ำเสมอบนช่วง $[l', a]$ และลดลงอย่างสม่ำเสมอบนช่วง $[b, r']$

4) $\mu_{\tilde{A}}(x) = w, \ \forall x \in [a,b], \ 0 < w \le 1$

ในบทความนี้จะกล่าวถึงตัวเลขฟัซซีสี่เหลี่ยมคางหมูและนำเสนอตัวดำเนินการทางคณิตศาสตร์ระหว่างตัวเลข ฟัซซีสี่เหลี่ยมคางหมู นิยามดังนี้

นิยาม 3 ตัวเลขฟัซซี $\tilde{A} = (l', a, b, r')$ จะเรียกว่าเป็นตัวเลขฟัซซีสี่เหลี่ยมคางหมู ถ้ามีฟังก์ชันความเป็นสมาชิกเป็นดังนี้

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 0 & , \quad x < l' \\ \dfrac{(x-l')}{(a-l')} & , \quad l' \le x \le a \\ 1 & , \quad a \le x \le b \\ \dfrac{(r'-x)}{(r'-b)} & , \quad b \le x \le r' \\ 0 & , \quad x > r' \end{cases} \qquad (2)$$

เมื่อ $l' \le a \le b \le r'$

ข้อสังเกต จากนิยาม 3ตัวเลขฟัซซีสี่เหลี่ยมคางหมู $\tilde{A} = (l', a, b, r')$ ถ้า $a = b = p$ แล้ว $\tilde{A} = (l', p, r')$ จะได้ว่า $\tilde{A} = (l', p, r')$ เป็นฟัซซีสามเหลี่ยมซึ่งเป็นกรณีเฉพาะของตัวเลขฟัซซีสี่เหลี่ยมคางหมู ในทำนองเดียวกันการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ของตัวเลขฟัซซีสามเหลี่ยมและตัวเลขฟัซซีสี่เหลี่ยมคางหมูถูกกำหนดไว้ดังนี้

นิยาม 4 ตัวเลขฟัซซี $\tilde{A}_1 = (l_1', a_1, b_1, r_1')$ และ $\tilde{A}_2 = (l_2', a_2, b_2, r_2')$ เป็นตัวเลขฟัซซีสี่เหลี่ยมคางหมูและ $\gamma \ne 0$ การดำเนินการระหว่างตัวเลขฟัซซีและการคูณเชิงสเกลาร์บนตัวเลขฟัซซี เป็นดังนี้

1. $\tilde{A}_1 \oplus \tilde{A}_2 = (l'_1 + l'_2, a_1 + a_2, b_1 + b_2, r'_1 + r'_2)$
2. $\tilde{A}_1 \ominus \tilde{A}_2 = (l'_1 - r'_2, a_1 - b_2, b_1 - a_2, r'_1 - l'_2)$
3. $\gamma \tilde{A}_1 = \begin{cases} (\gamma l'_1, \gamma a_1, \gamma b_1, \gamma r'_1) & , \quad \gamma > 0 \\ (\gamma r'_1, \gamma b_1, \gamma a_1, \gamma l'_1) & , \quad \gamma < 0 \end{cases}$

นิยาม 5 กำหนดให้ λ - เซตตัดของตัวเลขฟัซซีสี่เหลี่ยมคางหมู $\tilde{A} = (l', a, b, r')$ เป็นเซตย่อยชัดแจ้ง (Crisp subset) บนจำนวนจริง ซึ่งนิยามโดย

$$\tilde{A}_\lambda = \{x \mid \mu_{\tilde{A}}(x) \ge \lambda\} \quad \text{และ } \lambda \in [0,1]$$

จากนิยาม 5 จะได้ว่าเซตตัดของ $\tilde{A}$ คือ $\tilde{A}_\lambda = [\tilde{A}^L_\lambda, \tilde{A}^U_\lambda]$ และจากสมการที่ (2) สามารถนำมาจัดรูป λ - เซตตัดของตัวเลขฟัซซีสี่เหลี่ยมคางหมู $\tilde{A} = (l', a, b, r')$ ได้ดังนี้

$$\frac{l_\lambda' - l'}{a - l'} = \lambda \text{ และ } \frac{r' - b_\lambda}{r' - b} = \lambda$$

จะได้ว่า $\tilde{A}^L_\lambda = l' + (a - l')\lambda$ และ

$\tilde{A}^U_\lambda = r' - (r' - b)\lambda$ ดังนั้น

$$\tilde{A}_\lambda = [l' + (a - l')\lambda, r' - (r' - b)\lambda] \qquad (3)$$

3.2 เทคนิคการจัดอันดับที่แข็งแกร่ง (Robust's Ranking Technique)

ต่อไปจะนำเสนอเทคนิคการจัดอันดับที่แข็งแกร่ง คิดค้นโดย Yager

นิยาม 6 Yager [9] กำหนดให้ $\tilde{A}$ เป็นคอนเวกซ์ (Convex) ดัชนีการจัดอันดับที่แข็งแกร่ง (Robust's Ranking Index) นิยามโดย $R(\tilde{A}) = \frac{1}{2}\int_0^1 [\tilde{A}^L_\lambda, \tilde{A}^U_\lambda] d\lambda$

เมื่อ $[\tilde{A}^L_\lambda, \tilde{A}^U_\lambda]$ เป็น λ - เซตตัดของตัวเลขฟัซซี่ $\tilde{A}$ ดังนั้น จากนิยามที่ 3, 6 และสมการที่ (3) จะได้

$$R(\tilde{A}) = \frac{1}{2}\int_0^1 [\tilde{A}^L_\lambda, \tilde{A}^U_\lambda] d\lambda$$

$$R(\tilde{A}) = \frac{1}{2}\int_0^1 [l' + (a - l')\lambda + r' - (r' - b)\lambda] d\lambda \qquad (4)$$

สัญลักษณ์ $R(\tilde{A})$ แทนดัชนีค่าของตัวเลขฟัซซี่ $\tilde{A}$

ในงานวิจัยนี้จะใช้สัญลักษณ์ $R(\tilde{c}_{ij})$ แทนดัชนีค่าขนส่งฟัซซี่ต่อหน่วยในการขนส่งสินค้า จากแหล่งต้นทางที่ i ไปยังจุดหมายปลายทางที่ j

ตัวแบบทางคณิตศาสตร์สำหรับแก้ปัญหาการขนส่งแบบฟัซซี่เป็นดังนี้ Minimize $\tilde{Z} = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} \tilde{c}_{ij} x_{ij}$

Subject to $\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \le \tilde{a}_i$, $i = 1,2,3,\ldots,m$

$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \ge \tilde{b}_j$, $j = 1,2,3,\ldots,m$

$x_{ij} \ge 0$, $\forall i, j$

โดยที่ $\tilde{c}_{ij}$ แทนค่าขนส่งต่อหน่วยในการขนส่งสินค้าจากแหล่งต้นทางที่ i ไปยังจุดหมายปลายทางที่ j, x_{ij} แทนปริมาณของสินค้าที่ขนส่งจากแหล่งต้นทางที่ i ไปยังจุดหมายปลายทางที่ j, $\tilde{a}_i$ แทน ปริมาณของสินค้าของแหล่งต้นทางที่ i, $\tilde{b}_j$ แทนปริมาณความต้องการสินค้าของจุดหมายปลายทางที่ j และ $\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} \tilde{c}_{ij} x_{ij}$ แทน ต้นทุนการขนส่งฟัซซี่ทั้งหมด

ถ้า $\sum_{i=1}^{m} \tilde{a}_i = \sum_{j=1}^{n} \tilde{b}_j$ แล้วกล่าวได้ว่าเป็นปัญหาการขนส่งฟัซซี่สมดุล และถ้า $\sum_{i=1}^{m} \tilde{a}_i \ne \sum_{j=1}^{n} \tilde{b}_j$ แล้วกล่าวได้ว่าเป็นปัญหาการขนส่งฟัซซี่ไม่สมดุล

3.3 วิธีการแก้ปัญหาการขนส่ง

3.3.1 การหาผลลัพธ์เบื้องต้น

ต่อไปแสดงวิธีการหาผลลัพธ์เบื้องต้นโดยการใช้วิธีการจัดสรรตาราง (Allocation Table Method) [7] ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1: นำตัวเลขที่ได้จากการใช้เทคนิคการจัดอันดับที่แข็งแกร่ง ใส่ลงในตารางการขนส่งให้ครบทุกช่อง

ขั้นตอนที่ 2: ตรวจสอบตารางในขั้นตอนที่ 1 ว่าปัญหาการขนส่งมีความสมดุลหรือไม่ ถ้าไม่สมดุลต้องทำให้สมดุลก่อน

ขั้นตอนที่ 3: เลือกค่าใช้จ่ายในการขนส่งที่เป็นจำนวนคี่ต่ำสุด (อาจเป็นจำนวนเต็ม/ทศนิยม/เศษส่วน) จากทุกช่องของตารางการขนส่ง ถ้าพบว่าไม่มีค่าใช้จ่ายที่เป็นจำนวนคี่ให้นำ 2 ไปหารค่าใช้จ่ายในทุกช่องของตารางการขนส่ง จนสามารถได้ค่าใช้จ่ายที่เป็นจำนวนคี่ได้ และเลือกค่าใช้จ่ายที่เป็นจำนวนคี่ต่ำสุด

ขั้นตอนที่ 4: ตารางใหม่จะเรียกว่าตารางการจัดสรร โดยมีค่าใช้จ่ายที่เป็นจำนวนคี่ปรากฏอยู่ในครั้งแรกจะเริ่มต้นโดยการเลือกจัดสรรให้กับค่าใช้จ่ายที่เป็นจำนวนคี่ที่ต่ำที่สุดจากตารางการจัดสรรในขั้นตอนที่ 3 ทำการขนส่งให้มากที่สุด โดยไม่ขัดกับเงื่อนไขและข้อจำกัดที่มีทั้งทางด้านอุปสงค์และอุปทาน จากนั้นลบแถวหรือคอลัมน์ที่จัดสรรให้เสร็จสมบูรณ์

ขั้นตอนที่ 5: จากขั้นตอนที่ 4 ให้พิจารณาทำการขนส่งในช่องที่มีค่าใช้จ่ายต่ำที่สุดในอันดับถัดไป

ทำเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ จนจัดสรรครบทั้งทางด้านอุปสงค์และอุปทาน

ขั้นตอนที่ 6: คำนวณค่าใช้จ่ายในการขนส่งที่ได้จากการจัดสรรตาราง

3.3.2 การตรวจสอบผลลัพธ์เบื้องต้นที่ได้ เพื่อหาผลลัพธ์ที่ดีที่สุดด้วยวิธีการกระจายแบบดัดแปลง

ในขั้นตอนนี้จะใช้วิธีการกระจายแบบดัดแปลง (Modified Distribution Method) ในการตรวจสอบผลลัพธ์เบื้องต้นที่คำนวณได้ เพื่อทำการปรับปรุงให้ได้ผลลัพธ์ที่ดีที่สุด มีขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1: พิจารณาช่องที่ถูกจัดสรร (Basic Cell) และไม่ถูกจัดสรร (Non Basic Cell) จากตารางแสดงผลลัพธ์เบื้องต้นด้วยวิธีการจัดสรรตาราง

ขั้นตอนที่ 2: คำนวณตัวแปรคู่ R_i และ K_j สำหรับแถวและคอลัมน์ทั้งหมดตามลำดับซึ่ง$C_{ij} = R_i + K_j$ กำหนดให้ $R_1 = 0$

ขั้นตอนที่ 3: กำหนดให้ $E_{ij}= C_{ij} - R_i - K_j$ ต้องหา E_{ij} ของช่องที่ไม่ถูกจัดสรร (Non Basic Cell) ทุกช่อง

ขั้นตอนที่ 4: พิจารณาค่าของ E_{ij} ถ้า $E_{ij} \geq 0$ แสดงว่าผลลัพธ์ที่ได้เบื้องต้นเป็นผลลัพธ์ที่ดีที่สุดหากค่า E_{ij} ที่คำนวณได้มีค่า $E_{ij}<0$ (บางช่องหรือทุกช่อง) แสดงว่ามีช่องที่สามารถลดค่าขนส่งลงได้อีก

ขั้นตอนที่ 5: จากขั้นตอนที่ 4 เลือกช่องที่ให้ค่า E_{ij} เป็นลบมากที่สุด

ขั้นตอนที่ 6: เริ่มการจัดสรรค่าใหม่ โดยสร้างวงปิด (Closed Loop) โดยในตอนแรกเริ่มต้นวงปิดด้วยการเลือกช่องว่างและเคลื่อนที่ในแนวตั้งและแนวนอนด้วยช่อง มุมที่ถูกเลือกและกลับมาที่ช่องว่างในตอนเริ่มต้นเพื่อทำวงปิดให้สมบูรณ์ใช้เครื่องหมาย “+” และ “-” ที่มุมของวงปิด โดยกำหนดเครื่องหมาย“+” ให้กับช่องว่างแรกที่เลือกไว้ก่อน

ขั้นตอนที่ 7: หาค่าการจัดสรรต่ำสุดจากช่องที่มีเครื่องหมาย “-” หลังจากนั้นนำค่าที่ถูกเลือกไปจัดสรรในช่องที่เลือกไว้โดยนำค่านี้ไปบวกเข้ากับช่องที่มีเครื่องหมาย “+” และนำค่านี้ไปลบออกจากช่องที่มีเครื่องหมาย “-”

ขั้นตอนที่ 8: การจัดสรรในขั้นตอนที่ 7 จะส่งผลให้ได้ผลลัพธ์ที่จะต้องทำการปรับปรุง

ขั้นตอนที่ 9: หลังจากทำการจัดสรรในขั้นตอนที่ 8 แล้ว ให้ทำการตรวจสอบค่าที่ได้จากตารางอีกครั้ง ตั้งแต่ขั้นที่ 1 จนได้ค่า $E_{ij}\geq 0$ ทุกค่า หากพบว่ายังมีค่าลบเหลืออยู่จะต้องทำการปรับปรุงผลลัพธ์และตรวจสอบผลลัพธ์จนกระทั่งได้ผลลัพธ์ที่ดีที่สุดซึ่งค่า $E_{ij}\geq 0$ ทุกค่า

4. ผลการวิจัยและการอภิปรายผล

หัวข้อนี้จะนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาค่าใช้จ่ายในการขนส่งภายใต้สถานการณ์ที่ต้นทุนค่าขนส่งอุปสงค์และอุปทานมีความไม่แน่นอนโดยในสถานการณ์จริงข้อมูลที่นำมาคำนวณจะได้มาจากการเก็บข้อมูลค่าใช้จ่ายในการขนส่งอุปสงค์และอุปทาน ซึ่งเป็นการนำข้อมูลย้อนหลังมาพิจารณาว่าตัวเลขที่เกิดขึ้นอยู่ในช่วงใด แล้วจึงนำข้อมูลที่ได้มาวิเคราะห์ ในตัวอย่างนี้กำหนดปัญหาให้อยู่ภายใต้สมมติฐานที่ว่าค่าใช้จ่ายในการขนส่งอุปสงค์และอุปทาน

เป็นแบบฟัซซีสี่เหลี่ยมคางหมู โดยกำหนดให้มีการกระจายสินค้าจากโรงงาน 3 แห่ง คือ B_1, B_2 และ B_3 ไปสู่ศูนย์กระจายสินค้า 3 แห่ง คือ A_1, A_2 และ A_3 พิจารณาข้อมูลในตารางที่ 1

ตารางที่ 1: แสดงข้อมูลการขนส่งแบบฟัซซี (ค่าขนส่งมีหน่วยเป็นบาท)

	A_1	A_2	A_3	กำลังการผลิต ($\tilde{a}_i$)
B_1	(4,7,10,16)	(3,8,9,15)	(4,8,9,11)	(18,20,23,25)
B_2	(9,10,13,15)	(7,10,12,13)	(5,9,12,14)	(17,19,23,26)
B_3	(3,7,8,10)	(6,8,9,12)	(2,5,8,10)	(20,25,30,32)
ความต้องการ ($\tilde{b}_j$)	(25,25,25,25)	(35,42,47,50)	(17,19,20,22)	

จากตารางที่ 1 จะเห็นว่าค่าใช้จ่ายในการขนส่งจากโรงงานไปยังศูนย์กระจายสินค้าแต่ละแห่งกำลังการผลิตและความต้องการของลูกค้าแสดงตัวเลขฟัซซีสี่เหลี่ยมคางหมู ดังนั้นเราจะใช้เทคนิคการจัดอันดับที่แข็งแกร่ง (Robust Ranking Technique) เพื่อหาค่าใช้จ่ายในการขนส่งใหม่ดังนี้

พิจารณาค่าขนส่งสินค้าจากเส้นทาง B_1 ไปยัง A_1 คือ (4,7,10,16) ใช้เทคนิคการจัดอันดับที่แข็งแกร่งคำนวณค่าขนส่งใหม่ดังนี้

$$R(\tilde{c}_{11}) = R(4,7,10,16)$$

$$= \frac{1}{2}\int_0^1 [\tilde{c}_{11}^L, \tilde{c}_{11}^U]d\lambda$$

$$= \frac{1}{2}\int_0^1 [20 - 3\lambda]d\lambda$$

$$= 9.25$$

ค่าขนส่งสินค้าจากเส้นทาง B_1 ไปยัง A_1 โดยใช้เทคนิคการจัดอันดับที่แข็งแกร่ง ได้เท่ากับ 9.25 บาทต่อหน่วย ในทำนองเดียวกันในเส้นทางอื่น ๆ จะได้ค่าขนส่งใหม่ดังนี้คือ

$R(\tilde{c}_{12}) = 8.75, R(\tilde{c}_{13}) = 8, R(\tilde{c}_{21}) = 11.75,\ R(\tilde{c}_{22}) = 10.5,$

$R(\tilde{c}_{23}) = 10, R(\tilde{c}_{31}) = 7, R(\tilde{c}_{32}) = 8.75, R(\tilde{c}_{33}) = 6.25$

กำลังการผลิต ($\tilde{a}_i$) โดยใช้เทคนิคการจัดอันดับที่แข็งแกร่งจะได้ค่าใหม่ดังนี้

$R(\tilde{a}_1) = 21.5,\ R(\tilde{a}_2) = 21.25,\ R(\tilde{a}_3) = 26.75$

และความต้องการของลูกค้า ($\tilde{b}_j$) โดยใช้เทคนิคการจัดอันดับที่แข็งแกร่งจะได้ค่าใหม่ดังนี้

$R(\tilde{b}_1) = 25,\ R(\tilde{b}_2) = 43.5,\ R(\tilde{b}_3) = 19.5$

นำค่าที่ได้ใส่ในตารางที่ 2

ตารางที่ 2: แสดงข้อมูลค่าขนส่ง โดยใช้เทคนิคการจัดอันดับที่แข็งแกร่ง (Robust Ranking Technique)

	A_1	A_2	A_3	กำลังการผลิต ($\tilde{a}_i$)
B_1	9.25	8.75	8	21.5
B_2	11.75	10.5	10	21.25
B_3	7	8.75	6.25	26.75
ความต้องการ ($\tilde{b}_j$)	25	43.5	19.5	

จากตารางที่ 2 พบว่า $\sum_{i=1}^{3} \tilde{a}_i = 69.5$ และ $\sum_{j=1}^{3} \tilde{b}_j = 88$ นั่นคือ $\sum_{i=1}^{m} \tilde{a}_i \neq \sum_{j=1}^{n} \tilde{b}_j$ กล่าวได้ว่าเป็นปัญหาการขนส่งฟัซซีไม่สมดุล ดังนั้นจะต้องทำให้ปัญหาการขนส่งฟัซซี่สมดุล โดยการเพิ่มโรงงาน B_4 โดยให้ค่าขนส่งสินค้าจากเส้นทาง B_4 ไปยัง A_1, A_2 และ A_3 เป็น 0 และให้ $\tilde{a}_4 = 18.5$ ซึ่งจะทำให้ $\sum_{i=1}^{m} \tilde{a}_i = \sum_{j=1}^{n} \tilde{b}_j = 88$ แสดงดังตารางที่ 3

ตารางที่ 3: แสดงข้อมูลค่าขนส่งแบบสมดุล

	A_1	A_2	A_3	กำลังการผลิต ($\tilde{a}_i$)
B_1	9.25	8.75	8	21.5
B_2	11.75	10.5	10	21.25
B_3	7	8.75	6.25	26.75
B_4	0	0	0	18.5
ความต้องการ ($\tilde{b}_j$)	25	43.5	19.5	88

ต่อไปจะแสดงการหาผลลัพธ์เบื้องต้นโดยใช้วิธีตารางการจัดสรรในตารางที่ 3 จะพบว่าเส้นทางที่มีค่าใช้จ่ายเป็นจำนวนคี่ต่ำสุดคือ เส้นทางจาก B_3 ไปยัง A_3 มีค่าขนส่ง 6.25 บาทต่อหน่วย ดังนั้นเลือกเส้นทางนี้เป็นเส้นทางแรก โดยจะจัดสรรบนเส้นทางนี้ให้มากที่สุด จากเงื่อนไขของโรงงาน B_3 ที่มีสินค้า 26.75 หน่วย และศูนย์กระจายสินค้า A_3 ซึ่งรับสินค้าได้ 19.5 หน่วย ดังนั้นจะจัดสรรให้ขนส่งจากโรงงาน B_3 ไปยังศูนย์กระจายสินค้า A_3 จำนวน 19.5 หน่วย ซึ่งจะทำให้ศูนย์กระจายสินค้า A_3 รับสินค้าได้เต็มจำนวนแล้ว ไม่สามารถรับสินค้าได้อีก ทำให้เหลือศูนย์กระจายสินค้าที่ต้องพิจารณาจัดสรรต่อไปอีก 2 ศูนย์กระจายสินค้า คือ A_1 และ A_2 ส่วนโรงงาน B_3 เหลือสินค้าที่จะจัดส่งได้อีก 7.25 หน่วย จากนั้นพิจารณาเส้นทางที่เหลืออีก 8 เส้นทาง คือ โรงงาน B_1 ไปยังศูนย์กระจายสินค้า A_1 และ A_2 โรงงาน B_2 ไปยังศูนย์กระจายสินค้า A_1 และ A_2 โรงงาน B_3 ไปยังศูนย์กระจายสินค้า A_1 และ A_2 และ B_4 ไปยังศูนย์กระจายสินค้า A_1 และ A_2 เลือกเส้นทางรองลงมาที่มีค่าใช้จ่ายต่ำสุด คือ เส้นทางจากโรงงาน B_3 ไปยังศูนย์กระจายสินค้า A_1 ดังนั้นจัดสรรให้ขนส่งสินค้าจากโรงงาน B_3 ไปยังศูนย์กระจายสินค้า A_1 เป็นจำนวน 7.25 หน่วย ซึ่งจะทำให้การส่งสินค้าจากโรงงาน B_3 ส่งสินค้าจนครบแล้ว ในขณะที่ศูนย์กระจายสินค้า A_1 ยังเหลือปริมาณสินค้าที่สามารถรับได้อีก 17.75 หน่วย

ในทำนองเดียวกันพิจารณาเส้นทางการขนส่งที่ยังเหลืออยู่ที่ยังไม่ได้รับการจัดสรรต่อไปอีกโดยใช้วิธีการเดียวกันกับข้างต้น จนสามารถจัดสรรได้ครบตามจำนวน ซึ่งผลลัพธ์จากการจัดสรรแสดงดังตารางที่ 4

ตารางที่ 4: แสดงการหาผลลัพธ์เบื้องต้นด้วยวิธีการจัดสรรตาราง

	A_1	A_2	A_3	กำลังการผลิต ($\tilde{a}_i$)
B_1	9.25	8.75 $\boxed{21.5}$	8	21.5
B_2	11.75	10.5 $\boxed{21.25}$	10	21.25
B_3	7 $\boxed{7.25}$	8.75	6.25 $\boxed{19.5}$	26.75
B_4	0 $\boxed{17.75}$	0 $\boxed{0.75}$	0	18.5
ความต้องการ ($\tilde{b}_j$)	25	43.5	19.5	88

จากผลลัพธ์เบื้องต้นด้วยวิธีการจัดสรรตารางสามารถคำนวณค่าขนส่งทั้งหมดได้ดังนี้

ค่าขนส่งรวม

$$= \tilde{c}_{12}x_{12} + \tilde{c}_{22}x_{22} + \tilde{c}_{31}x_{31} + \tilde{c}_{33}x_{33} + \tilde{c}_{41}x_{41} + \tilde{c}_{42}x_{42}$$

$$= (8.75 \times 21.5) + (10.5 \times 21.25) + (7 \times 7.25) + (6.25 \times 19.5) + (0 \times 17.75) + (0 \times 0.75)$$

$$= 583.88 \text{ บาท}$$

จากการหาผลลัพธ์เบื้องต้นด้วยวิธีการจัดสรรตาราง นำมาตรวจสอบด้วยวิธีการกระจายแบบดัดแปลง ดังต่อไปนี้

ตารางที่ 5: แสดงค่า R_i และ K_j

	A_1	A_2	A_3	กำลังการผลิต ($\tilde{a}_i$)	R_i
B_1	9.25	8.75 $\boxed{21.5}$	8	21.5	0
B_2	11.75	10.5 $\boxed{21.25}$	10	21.25	2
B_3	7 $\boxed{7.25}$	8.75	6.25 $\boxed{19.5}$	26.75	-1.75
B_4	0 $\boxed{17.75}$	0 $\boxed{0.75}$	0	18.5	-8.75
ความต้องการ ($\tilde{b}_j$)	25	43.5	19.5	88	
K_j	8.75	8.75	8		

จากตารางที่ 5 สามารถคำนวณค่า R_i และ K_j ในช่องที่ถูกจัดสรร (Basic Cell) ได้จาก $\tilde{c}_{ij} = R_i + K_j$

เมื่อ $\tilde{c}_{ij}$ แทน ค่าใช้จ่ายของช่องที่ ij R_i คือ สัมประสิทธิ์ของแถวที่ i และให้ $R_1 = 0$ และ K_j คือ สัมประสิทธิ์ของคอลัมน์ที่ j

แทนค่าในสูตร $\tilde{c}_{ij} = R_i + K_j$ ได้ดังนี้

พิจารณา $\tilde{c}_{12}$; $8.75 = 0 + K_2$

$K_2 = 8.75$

ในทำนองเดียวกันในช่องที่ถูกจัดสรร (Basic Cell) อื่นๆ จะสามารถหาค่า R_i และ K_j ได้ดังนี้

$R_2 = 2, R_3 = -1.75, R_4 = -8.75, K_1 = 8.75, K_2 = 8.75, K_3 = 8$

คำนวณหาค่า E_{ij} จากช่องที่ไม่ถูกจัดสรร (Non Basic Cell) ได้จาก $E_{ij} = \tilde{c}_{ij} - R_i - K_j$

พิจารณา E_{11} ; $E_{11} = 9.25 - 0 - 8.75 = 0.5$ ในทำนองเดียวกันในช่องที่ไม่ถูกจัดสรร (Non Basic Cell) อื่น ๆ จะสามารถหาค่า E_{ij} ได้ดังนี้

$E_{13} = 0, E_{21} = 1, E_{23} = 0, E_{32} = 1.75, E_{43} = 0.75$

จากผลลัพธ์ที่ได้จะพบว่ามีค่า $E_{ij} \geq 0$ ทุกค่า แสดงว่าผลลัพธ์เบื้องต้นที่คำนวณได้เป็นคำตอบที่ดีที่สุดแล้ว จึงไม่ต้องทำการปรับปรุงหรือปรับเปลี่ยนเส้นทางการขนส่งแต่อย่างใด ดังนั้นค่าขนส่งรวมที่น้อยที่สุดเท่ากับ 583.88 บาท

5. สรุปผลการวิจัย

จากวัตถุประสงค์ของการวิจัย เพื่อศึกษาวิธีการแก้ปัญหาการขนส่งฟัซซี่ที่ไม่สมดุล โดยใช้วิธีการจัดสรรตารางและวิธีการกระจายแบบดัดแปลงจากการศึกษาจะพบว่าเครื่องมือดังกล่าวสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาการขนส่งแบบฟัซซี่สี่เหลี่ยมคางหมูได้ ซึ่งในขั้นตอนการหาคำตอบของปัญหานี้กล่าวโดยสรุปได้ว่า เมื่อปัญหาการขนส่งเป็นแบบฟัซซี่สี่เหลี่ยมคางหมู จะดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้ 1) หาค่าที่เป็นตัวแทนของตัวเลขฟัซซี่สี่เหลี่ยมคางหมูจากวิธีเทคนิคการจัดอันดับที่แข็งแกร่ง 2) คำนวณผลลัพธ์เบื้องต้นที่เป็นไปได้โดยวิธีการจัดสรรตาราง 3) ตรวจสอบพัฒนาผลลัพธ์เบื้องต้นเพื่อปรับปรุงคำตอบที่ได้ให้เป็นคำตอบที่ดีที่สุดด้วยวิธีการกระจายแบบดัดแปลง และนอกจากนี้หากข้อมูลค่าใช้จ่ายในการขนส่งอุปสงค์และอุปทานไม่เป็นแบบฟัซซี่ ยังสามารถหาค่าใช้จ่ายในการขนส่งที่น้อยที่สุดได้โดยเลือกใช้วิธีการจัดสรรตารางและวิธีการกระจายแบบดัดแปลงมาคำนวณหาคำตอบได้เช่นกัน

เอกสารอ้างอิง

[1] A. E. Samuel, and P. Raja. (2016). A New Approach for Solving Unbalanced Fuzzy Transportation Problem. *International Journal of Computing and Optimization, 3*, 131-140.

[2] A. E. Samuel, and P. Raja. (2016). Optimization of Unbalanced Fuzzy Transportation Problem. *International Journal of Contemporary Mathematical Sciences, 11*, 533-540.

[3] D. Hunwisai, and P. kumam. (2017). A method for solving a fuzzy transportation problem via robust ranking technique and ATM. *Cogent Mathematics, 4*, 1-11.

[4] F. L. Hitchcock. 1941. The distribution of a product several sources to numerous localities. *Journal of Mathematics and Physics, 20*, 224-230.

[5] K. Ghadle, and P. Pathade. (2016). Optimal solution of balanced and unbalanced fuzzy transportation problem using hexagonal fuzzy numbers. *International Journal of Mathematical Research, 5*, 131-137.

[6] L. A. Zadeh. (1965). Fuzzy sets. *Information and Control, 8*, 338-356.

[7] M. M. Ahmed, A. R. Khan, Md. S. Uddin, and F. Ahmed. (2016). A new approach to solve transportation problems. *Open Journal of Optimization, 5*, 22-30.

[8] R. E. Bellman, and L. A. Zadeh. (1970). Decision making in afuzzy environment. *Management Science, 17*, 141-164.

[9] Yager, R. R. (1981). A procedure for ordering fuzzy subsets of the unit interval. *Information Science, 24*, 143-161.